



Σύντομα Περιεχόμενα

ΛΕΠΤΟΜΕΡΗ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	9
ΓΙΑ ΤΑ ΠΑΙΔΙΑ ΚΑΙ ΤΟΥΣ ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ ΑΠΟ ΤΟ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ	23
ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ ΑΠΟ ΤΟ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ	29

Μ Ε Ρ Ο Σ Ι

Διδάσκοντας Μαθηματικά: Θεμέλια και Απόψεις 33

κεφάλαιο 1

Η Διδασκαλία των Μαθηματικών
στην εποχή των Στάνταρ του NCTM 33

κεφάλαιο 2

Εξετάζοντας τι Σημαίνει
«Κάνω Μαθηματικά» 46

κεφάλαιο 3

Η Ανάπτυξη της Κατανόησης
στα Μαθηματικά 59

κεφάλαιο 4

Διδάσκοντας Μέσω
Επίλυσης Προβλημάτων 76

κεφάλαιο 5

Ο Σχεδιασμός του Μαθήματος
στην Τάξη βασιζόμενος στην
Επίλυση Προβλημάτων 106

κεφάλαιο 6

Εντάσσοντας της Αξιολόγηση
στην Εκπαίδευση 126

κεφάλαιο 7

Διδάσκοντας Μαθηματικά Αμερόληπτα
σε όλα τα Παιδιά 147

κεφάλαιο 8

Τεχνολογία και Σχολικά
Μαθηματικά 162

Μ Ε Ρ Ο Σ Ι Ι

Ανάπτυξη των Μαθηματικών Εννοιών και Διαδικασιών 179

κεφάλαιο 9

Αναπτύσσοντας τις Πρώτες Αριθμητικές
Έννοιες και το Νόημα του Αριθμού 179

κεφάλαιο 10

Αναπτύσσοντας το Νόημα
των Αριθμητικών Πράξεων 205

κεφάλαιο 11

Βοηθώντας τα Παιδιά να Κατακτήσουν
τα Βασικά Γεγονότα (Basic Facts) 230

κεφάλαιο 12

Η Ανάπτυξη της Θεσιακής Αξίας
στους Φυσικούς Αριθμούς 256

<i>κεφάλαιο</i> 13	
Στρατηγικές για τον Υπολογισμό του Φυσικού Αριθμού	292
<i>κεφάλαιο</i> 14	
Υπολογιστική Εκτίμηση στους Φυσικούς Αριθμούς	325
<i>κεφάλαιο</i> 15	
Αλγεβρική Συλλογιστική: Γενικεύσεις, Πρότυπα και Λειτουργίες	341
<i>κεφάλαιο</i> 16	
Ανάπτυξη των Κλασματικών Εννοιών	381
<i>κεφάλαιο</i> 17	
Υπολογισμοί με Κλάσματα	407
<i>κεφάλαιο</i> 18	
Δεκαδικές και Ποσοστιαίες Έννοιες και Υπολογισμοί με Δεκαδικούς	427
<i>κεφάλαιο</i> 19	
Αναλογική Συλλογιστική	450
<i>κεφάλαιο</i> 20	
Ανάπτυξη των Εννοιών της Μέτρησης	475
<i>κεφάλαιο</i> 21	
Γεωμετρική Σκέψη και Γεωμετρικές Έννοιες	515
<i>κεφάλαιο</i> 22	
Έννοιες Ανάλυσης Δεδομένων	568
<i>κεφάλαιο</i> 23	
Διερευνώντας τις Έννοιες των Πιθανοτήτων	596
<i>κεφάλαιο</i> 24	
Η Ανάπτυξη της Έννοιας του Εκθέτη, του Ακεραίου και του Πραγματικού Αριθμού	617
<i>παράρτημα</i> A	
Αρχές και Στάνταρ για τα Σχολικά Μαθηματικά: Προσδοκίες Σχετικές με το Συγκείμενο των Στάνταρ και του Σχολικού Επιπέδου	637
<i>παράρτημα</i> B	
Ακαδημαϊκά Στάνταρ για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών: Στάνταρ Διδασκαλίας	649
<i>παράρτημα</i> Γ	
Οδηγός για τα Blackline Masters	653
BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	663
ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ	673



Μ Ε Ρ Ο Σ Ι

Διδάσκοντας Μαθηματικά: Θεμέλια και Απόψεις

33

Ο βασικός πυρήνας της αποτελεσματικής διδασκαλίας των μαθηματικών συνδυάζει την κατανόηση του τρόπου με τον οποίο μαθαίνουν τα παιδιά, τον τρόπο με τον οποίο μπορεί να προαχθεί αυτή η εκμάθηση μέσω της διδασκαλίας που στηρίζεται στην επίλυση προβλημάτων και τον τρόπο σχεδιασμού και αξιολόγησης αυτής της εκμάθησης σε καθημερινή βάση. Τα εισαγωγικά κεφάλαια σε αυτό το μέρος παρέχουν απόψεις για τις τάσεις στη μαθηματική εκπαίδευση και τη διεργασία της ενασχόλησης με τα μαθηματικά. Αναπτύσσουν επίσης τις βασικές ιδέες της εκμάθησης, της διδασκαλίας, του σχεδιασμού και της αξιολόγησης. Αναλύονται επίσης, επιπρόσθετες απόψεις για τα μαθηματικά για ιδιαίτερα παιδιά και ο ρόλος της τεχνολογίας.

κεφάλαιο 1

Η διδασκαλία των Μαθηματικών στην Εποχή των Στάνταρ του NCTM 33

Η Καθοδήγηση του NCTM 34

Αρχές και Στάνταρ για τα Σχολικά Μαθηματικά 34
Οι έξι αρχές 35

Μια Προοπτική που Ξεκινάει από την Προσχολική
Εκπαίδευση και Φτάνει μέχρι τη Δωδέκατη
Τάξη 36

Τα Πέντε Στάνταρ του Περιεχομένου 36
Τα Πέντε Στάνταρ της Διαδικασίας 37

Τα Ακαδημαϊκά Στάνταρ για τη Διδασκαλία των
μαθηματικών 38

Πέντε Αλλαγές στο Περιβάλλον της Τάξης 38
Τα Διδακτικά Στάνταρ 39

Τα Στάνταρ της Αξιολόγησης για τα Σχολικά
Μαθηματικά 39

Επιρροές και Πιέσεις για Μεταρρύθμιση 39
Εθνικές και Διεθνείς Μελέτες 39
Πολιτειακά Στάνταρ 41
Αναλυτικό Πρόγραμμα 41

Μια Πρόσκληση για Μάθηση και Ανάπτυξη 42

ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 43

Μαθαίνουμε Γράφοντας 43

Για Διάλογο και Διερεύνηση 43

Προτεινόμενη Βιβλιογραφία-

Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβασμα 44

Διαδικτυακές Πηγές 45

κεφάλαιο 2

Εξετάζοντας τι Σημαίνει «Κάνω Μαθηματικά» 46

Αντικρουόμενες Πεποιθήσεις για τα Σχολικά
Μαθηματικά 46

Παραδοσιακές Απόψεις για τα Μαθηματικά 46

Τα Μαθηματικά ως Επιστήμη του Προτύπου και
της Τάξης 47

Τι Σημαίνει «Κάνω Μαθηματικά»; 47

Τα Ρήματα που χρησιμοποιούμε όταν «Κάνουμε»
Μαθηματικά 48

Τι είναι Βασικό στα Μαθηματικά; 48

Ένα Περιβάλλον για να «Κάνουμε» Μαθηματικά 48

Πρόσκληση για να «Κάνουμε» Μαθηματικά 49

Ας «Κάνουμε» Μαθηματικά 49

Όχι στο Λυσάρι 55

Μερικές Επιπλέον Εξερευνήσεις 55

Βοηθώντας τα Παιδιά να «Κάνουν»

Μαθηματικά 56

ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 56

- Μαθαίνουμε Γράφοντας 56
- Για Διάλογο και Διερεύνηση 57
- Προτεινόμενη Βιβλιογραφία-
Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβασμα 57
- Διαδικτυακές Πηγές 57

κεφάλαιο 3**Η Ανάπτυξη της Κατανόησης στα Μαθηματικά** 59

- Εποικοδομιστική Θεώρηση της Μάθησης** 59
 - Οικοδόμηση των Ιδεών 59
 - Κατανόηση 62
 - Παραδείγματα Κατανόησης 62
 - Τα Οφέλη της Συσχετιστικής Κατανόησης 64
- Έννοιες και Διαδικασίες** 66
 - Η Εννοιολογική και η Διαδικαστική Γνώση των Μαθηματικών 66
 - Αλληλεπιδραστική Σχέση ανάμεσα στην Εννοιολογική και τη Διαδικαστική Γνώση 66
- Οι Επιρροές της Τάξης στη Μάθηση** 67
 - Αναστοχαστική Σκέψη 67
 - Οι Μαθητές και οι Μαθήτριες Μαθαίνουν από τους Άλλους 67
 - Ο Ρόλος των Μοντέλων στην Ανάπτυξη της Κατανόησης 69

Αναπτυξιακή Διδασκαλία 73**ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3** 74

- Μαθαίνουμε Γράφοντας 74
- Για Διάλογο και Διερεύνηση 74
- Προτεινόμενη Βιβλιογραφία-
Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβασμα 75
- Διαδικτυακές Πηγές 75

κεφάλαιο 4**Διδάσκοντας μέσω Επίλυσης Προβλημάτων** 76

- Η επίλυση προβλημάτων ως Πρωταρχική Διδακτική Στρατηγική 76
- Προβλήματα και Εργασίες στην Εκμάθηση των Μαθηματικών 77
- Ένα Παράδειγμα 77
- Αλλαγή Νοοτροπίας Σχετικά με τη Διδασκαλία των Μαθηματικών 78
- Η Αξία της Διδασκαλίας μέσω Προβλημάτων 78
- Παραδείγματα Εργασιών που βασίζονται στα Προβλήματα** 79
 - Λογικά Μαθηματικά 79
 - Μέθοδοι και Διαδικασίες 80
- Ένα τριμερές σχέδιο μαθήματος** 81
 - Η Φάση *Πριν* 81

- Ενέργειες του Εκπαιδευτικού στη Φάση *Πριν* του Μαθήματος 82
- Η *Κατά τη Διάρκεια* Φάση του Μαθήματος 85
- Ενδιάμεσες Ενέργειες του Εκπαιδευτικού 85
- Η *Μετά* Φάση του Μαθήματος 87
- Οι Ενέργειες του Εκπαιδευτικού στην *Μετά* φάση 87

Σχεδιάζοντας και Επιλέγοντας Αποτελεσματικές Εργασίες 90

- Το Σχολικό σας Εγχειρίδιο 90
- Τα Καλά Προβλήματα έχουν Πολλά Σημεία Αφετηρίας 93
- Παιδική Λογοτεχνία 93
- Άλλες Πηγές 94
- Ένας Οδηγός Επιλογής Δραστηριοτήτων 95

Η Σημασία του να Γράφουν οι Μαθητές και οι Μαθήτριες 95

- Διδακτικές Συμβουλές και Ερωτήσεις** 97
 - Αφήστε τα Παιδιά να Μιλήσουν 97
 - Πόσα να Πείτε και Πόσα να Μην Πείτε 98
 - Συχνές Ερωτήσεις 98

Διδάσκοντας την Επίλυση Προβλημάτων 100

- Στρατηγικές και Διαδικασίες 100

Ανάπτυξη Στρατηγικών για την Επίλυση Προβλημάτων 100

- Μεταγνώση 101
- Προδιάθεση 102

ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 103

- Μαθαίνουμε Γράφοντας 103
- Για Διάλογο και Διερεύνηση 103
- Προτεινόμενη Βιβλιογραφία-
Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβασμα 103
- Διαδικτυακές Πηγές 104

κεφάλαιο 5**Ο Σχεδιασμός του Μαθήματος στην Τάξη Βασιζόμενος στην Επίλυση Προβλημάτων** 106

- Σχεδιάζοντας ένα Μάθημα με τη Μέθοδο της Επίλυσης Προβλημάτων** 106
 - Παραδείγματα Μαθημάτων 108
 - Παραλλαγές του Τριμερούς Μαθήματος 109
- Αντιμετωπίζοντας την Διαφορετικότητα** 110
 - Σχεδιάστε Διάφορα Σημεία Εκκίνησης 110
 - Σχεδιάστε Διαφοροποιημένες Δραστηριότητες 110
 - Χρησιμοποιήστε Ετερογενείς Ομάδες 111
 - Κάντε Προσαρμογές και Τροποποιήσεις 111
 - Ακούτε Προσεχτικά τους Μαθητές και τις Μαθήτριες 113

Σκέψεις για τον Σχεδιασμό του Μαθήματος για Παιδιά που Μαθαίνουν Τώρα την Αγγλική Γλώσσα 113

Πρακτική ή Εξάσκηση 114

Νέοι Προσδιορισμοί για την Πρακτική Εφαρμογή και την Εξάσκηση 114

Τι Παρέχει η Εξάσκηση 114

Τι Παρέχει η Πρακτική Εφαρμογή 116

Πότε Χρειάζεται Εξάσκηση 116

Παιδιά που δεν Κατανοούν Εύκολα 117

Εργασία στο Σπίτι 117

Πρακτική Εφαρμογή ως Εργασία στο Σπίτι 117

Η Εργασία για το Σπίτι ως Εξάσκηση 117

Ο Ρόλος των Σχολικών Εγχειριδίων 118

Πώς Αναπτύσσονται τα Σχολικά Εγχειρίδια; 118

Η Έκδοση για το Δάσκαλο 118

Διάταξη Μαθήματος σε Δύο Σελίδες 118

Προτάσεις για τη Χρήση του Εγχειριδίου 119

■ ΔΙΕΥΡΥΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

Σταθερά Εμβαδά 120

Δύο περισσότερο από/Δύο λιγότερο από 122

ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 124

Μαθαίνουμε Γράφοντας 124

Για Διάλογο και Διερεύνηση 124

Προτεινόμενη Βιβλιογραφία-

Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβασμα 124

Διαδικτυακές Πηγές 125

κεφάλαιο 6

Εντάσσοντας την Αξιολόγηση στην Εκπαίδευση 126

Σβήνοντας το Διαχωρισμό Ανάμεσα στην Εκπαίδευση και την Αξιολόγηση 126

Τι Είναι η Αξιολόγηση; 126

Τα Στάνταρ Αξιολόγησης 126

Σκοποί της Αξιολόγησης 127

Τι θα Πρέπει να Αξιολογηθεί; 128

Έννοιες και Διαδικασίες 128

Μαθηματικές Διαδικασίες 128

Προδιάθεση 129

Οι Δραστηριότητες Αξιολόγησης είναι Δραστηριότητες που Προάγουν τη Μάθηση 129

Παραδείγματα Δραστηριοτήτων Αξιολόγησης 129

Σκέψεις Σχετικά με τις Δραστηριότητες Αξιολόγησης 131

Ρουμπρίκες και Δείκτες Επίδοσης: Καταγραφή Επιδόσεων, Όχι Βαθμολόγηση 131

Απλές Ρουμπρίκες 131

Δείκτες Επίδοσης 132

Η Ενασχόληση των Παιδιών με τις Ρουμπρίκες 133

Η Παρατήρηση στην Αξιολόγηση 134

Σύντομες Σημειώσεις 134

Μια Ρουμπρίκα Παρατήρησης 135

Ατομικές λίστες ή Έντυπα 135

Λίστες για Ολόκληρη την Τάξη 135

Ημερολόγια και Γραπτές Αναφορές 136

Η Αξία της Γραφής 136

Ημερολόγια 136

Κίνητρα και Ιδέες για Γράψιμο 137

Ημερολόγια για Μικρά Παιδιά 138

Σχέδια και Πρώιμες Γραπτές

Δραστηριότητες 138

Αυτοαξιολόγηση των Μαθητών 139

Γραπτές Δοκιμασίες (Tests) 140

Βελτιώνοντας την Επίδοση στα Σημαντικά Διαγωνίσματα 141

Αποφύγετε τη Διδασκαλία για τη Γραπτή

Δοκιμασία 142

Διδάξτε Βασικές Έννοιες και Διαδικασίες 142

Στρατηγικές των Τεστ 142

Βαθμολόγηση 143

Αντιμετωπίζοντας το Μύθο 143

Ζητήματα Βαθμολόγησης 143

ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 144

Μαθαίνουμε Γράφοντας 144

Για Διάλογο και Διερεύνηση 145

Προτεινόμενη Βιβλιογραφία-

Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβασμα 145

Διαδικτυακές Πηγές 146

κεφάλαιο 7

Διδάσκοντας Μαθηματικά Αμερόληπτα σε όλα τα Παιδιά 147

Μαθηματικά για Όλα τα Παιδιά 147

Η Διαφορετικότητα στην Τάξη του Σήμερα 147

Ο στόχος της Αμερόληπτης Διδασκαλίας 148

Αρνητικά Αποτελέσματα του Διαχωρισμού

με Βάση την Επίδοση και τις

Ομοιογενείς Ομάδες 148

Διδακτικές Αρχές για τους Διαφορετικούς

Μαθητές και Μαθήτριες 148

Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες 149

Μια Άποψη για τις Μαθησιακές Δυσκολίες 149

Προσαρμογές για τις Ειδικές Μαθησιακές

Δυσκολίες 149

Νοητικές Δυσκολίες 151

Τροποποιήσεις στη Διδασκαλία 151

Τροποποιήσεις στο Αναλυτικό Πρόγραμμα 152

Παιδιά με Γλωσσική και Πολιτιστική

Διαφοροποίηση 152

- Πολυπολιτιστική Μαθηματική Διδασκαλία 152
 Εθνομαθηματικά 153
 Παιδιά που Διδάσκονται τα Αγγλικά ως Δεύτερη Γλώσσα (ELLs) 153
 Συγκεκριμένες Στρατηγικές για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών σε Παιδιά που Μαθαίνουν την Αγγλική Γλώσσα 154
- Από τις Προκαταλήψεις στην Ισότητα των Δύο Φύλων 156**
 Πιθανές Αιτίες της Ανισότητας των Δύο Φύλων 152
 Εργαζόμενοι Προς την Ισότητα των Φύλων: Τι Μπορεί να Γίνει; 157
- Μαθηματικά για τους Προικισμένους και τους Ταλαντούχους 158**
 Αναγνώριση των Παιδιών στα Μαθηματικά 158
 Επιτάχυνση, Εμπλουτισμός και Βάθος 158
- ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 159**
 Μαθαίνουμε Γράφοντας 159
 Για Διάλογο και Διερεύνηση 160
 Προτεινόμενη Βιβλιογραφία
 Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβασμα 160
 Διαδικτυακές Πηγές 161
- κεφάλαιο 8**
- Τεχνολογία και Σχολικά Μαθηματικά 162**
- Οι Αριθμομηχανές στην Τάξη των Μαθηματικών 162**
 Πλεονεκτήματα της Χρήσης Αριθμομηχανής 163
 Μύθοι και Φόβοι Σχετικά με την Χρήση των Αριθμομηχανών 164
- Αριθμομηχανές για κάθε Παιδί, Κάθε Μέρα 165
- Αριθμομηχανές Γραφημάτων 165**
 Τι Προσφέρει η Αριθμομηχανή Γραφημάτων 165
 Ηλεκτρονική Συλλογή Δεδομένων 166
- Ο Ηλεκτρονικός Υπολογιστής ως Εργαλείο στα Μαθηματικά 167**
 Ηλεκτρονικά Χειραπτικά Εργαλεία για Αρίθμηση 167
 Εργαλεία Γεωμετρίας 169
 Εργαλεία Πιθανοτήτων και Ανάλυσης Δεδομένων 170
 Λογισμικό Γραφικής Αναπαράστασης Συναρτήσεων 171
- Εκπαιδευτικό Λογισμικό 171**
 Διδασκαλία Εννοιών 171
 Επίλυση Προβλημάτων 172
 Πρακτική και εξάσκηση 172
- Οδηγίες για την Επιλογή και τη Χρήση του Λογισμικού 172**
 Πως να Επιλέξουμε ένα Λογισμικό 172
 Οδηγίες Χρήσης του Λογισμικού 173
- Πηγές Μαθηματικής Εκπαίδευσης στο Διαδίκτυο 174**
- ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8 175**
 Μαθαίνουμε Γράφοντας 175
 Για Διάλογο και Διερεύνηση 175
 Προτεινόμενη Βιβλιογραφία-Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβασμα 175
 Διαδικτυακές Πηγές 176

Μ Ε Ρ Ο Σ Ι Ι

Ανάπτυξη των Μαθηματικών Εννοιών και Διαδικασιών

179

Αυτό το μέρος λειτουργεί ως μία εφαρμογή των βασικών ιδεών του πρώτου μέρους. Εδώ θα βρείτε κεφάλαια για κάθε σημαντικό τομέα στο αναλυτικό πρόγραμμα των μαθηματικών από το νηριαγωγείο μέχρι την όγδοη τάξη. Πολυάριθμες δραστηριότητες που στηρίζονται στην επίλυση προβλημάτων οι οποίες εμπλέκουν τα παιδιά στη διαδικασία να κάνουν μαθηματικά είναι αλληλένδετες με την ανάλυση του μαθηματικού περιεχομένου καθώς και ο τρόπος με τον οποίο τα παιδιά αναπτύσσουν την κατανόηση αυτού του περιεχομένου. Στο ξεκίνημα του κάθε κεφαλαίου θα βρείτε μία λίστα με τις βασικές ιδέες, την μαθηματική κάλυψη του κάθε κεφαλαίου. Περιλαμβάνονται επίσης ιδέες για την ενσωμάτωση της παιδικής λογοτεχνίας, της τεχνολογίας και της αξιολόγησης. Αυτά τα κεφάλαια έχουν σχεδιαστεί για να σας βοηθήσουν να αναπτύξετε παιδαγωγικές στρατηγικές και για να λειτουργήσουν ως πηγή βοήθειας για τη διδασκαλία σας.

κεφάλαιο 9**Αναπτύσσοντας τις Πρώτες Αριθμητικές Έννοιες και το Νόημα των Αριθμών 179**

▼ ΚΕΝΤΡΙΚΕΣ ΙΔΕΕΣ 179

▲ ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΜΕ ΤΟ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ 179

Η Ανάπτυξη των Αριθμών στην Προσχολική Εκπαίδευση και το Νηπιαγωγείο 180

Οι Σχέσεις «Περισσότερο», «Λιγότερο» και «Ίδιο» 180

Πρώτη Απαρίθμηση 181

Γραφή και Αναγνώριση των Ψηφίων 182

Μέτρηση Κανονικά και Αντίστροφα 183

Νόημα των Πρώτων Αριθμών 184**Σχέσεις μεταξύ των Αριθμών από το 1 έως το 10 184**

Μια Συλλογή Αριθμητικών Σχέσεων 184

Χωρικές Σχέσεις: Αναγνώριση Προτύπων σε Σύνολα 185

Ένα - Δύο Περισσότερα,

Ένα - Δύο Λιγότερα 186

Αριθμοί με Σημεία Αναφοράς το 5 και το 10 188

Σχέσεις Μέρους-Μέρους-Όλου 190

Δραστηριότητες με Κάρτες με Κουκκίδες 195

■ ΕΞΕΡΕΥΝΩΝΤΑΣ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ, ΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΙ ΤΟΝ ΧΩΡΟ:Νηπιαγωγείο, *Πόσα Είναι Όλα;* 196**Σχέσεις για τους αριθμούς από το 10 ως το 20 197**

Μια Σχέση με το 10 πριν από την Θεσιακή Αξία των Ψηφίων 197

Επεκτείνοντας τις Σχέσεις του «Λιγότερο» και «Περισσότερο» 198

Σχέσεις Διπλάσιου και Σχεδόν Διπλάσιου 198

Το Νόημα του Αριθμού και ο Αληθινός Κόσμος 199

Εκτίμηση και Μέτρηση 199

Περισσότερες Συνδέσεις 199

Διαγράμματα 200

■ ΣΥΝΔΕΣΗ ΜΕ ΤΗ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ 201*Anno's Counting House* 201*The Very Hungry Caterpillar* 201*Two Ways to Count to Ten* 202**Επεκτάσεις στα Πρώτα Νοητικά Μαθηματικά 203****ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9 203**

Μαθαίνουμε Γράφοντας 203

Για Διάλογο και Διερεύνηση 204

Προτεινόμενη Βιβλιογραφία-

Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβασμα 204

Διαδικτυακές Πηγές 204

κεφάλαιο 10**Αναπτύσσοντας το Νόημα των Αριθμητικών Πράξεων 205**

▼ ΚΕΝΤΡΙΚΕΣ ΙΔΕΕΣ 205

▲ ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΜΕ ΤΟ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ 205

Δομές Προβλημάτων Πρόσθεσης και Αφαίρεσης 206

Παραδείγματα Προβλημάτων για Κάθε Δομή 206

Σκέψεις πάνω στις Τέσσερις Δομές 208

Διδάσκοντας Πρόσθεση και Αφαίρεση 208

Χρησιμοποιώντας Προβλήματα

Συγκεκριμένου 208

Χρησιμοποιώντας Προβλήματα Βασισμένα σε Μοντέλα 210

Μοντέλα Σύγκρισης 212

Η Ιδιότητα της Διάταξης και η Ιδιότητα του Μηδενός 212

■ ΕΞΕΡΕΥΝΩΝΤΑΣ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ, ΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΙ ΤΟ ΧΩΡΟ:Δευτέρα Τάξη, Νομίσματα, *Κουπόνια*, και *Συνδυασμοί* 214**Δομές Προβλημάτων για τον Πολλαπλασιασμό και τη Διαίρεση 215**

Παραδείγματα Προβλημάτων για κάθε Δομή 215

Σκέψεις για τα Προβλήματα Πολλαπλασιασμού και Διαίρεσης 217

Διδάσκοντας Πολλαπλασιασμό και Διαίρεση 217

Χρησιμοποιώντας Προβλήματα Συγκεκριμένου 217

Υπόλοιπα 218

Χρησιμοποιώντας Προβλήματα Βασισμένα σε Μοντέλα 219

Δραστηριότητες με Πολλαπλασιασμό και Διαίρεση 219

Χρήσιμες Ιδιότητες του Πολλαπλασιασμού και της Διαίρεσης 221

Στρατηγικές για την Επίλυση Προβλημάτων Συγκεκριμένου 222

Ανάλυση των Προβλημάτων Συγκεκριμένου 222

Προβλήματα με Δύο Βήματα 224

Δύο Επιπρόσθετες Έννοιες του Πολλαπλασιασμού 225

Προβλήματα Συνδυασμού 225




Προβλήματα με Γινόμενο Μετρήσεων 226

■ ΣΥΝΔΕΣΗ ΜΕ ΤΗ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ 226*How Many Snails?* 226*More Than One* 227*Each Orange Had 8 Slices* 227

ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10	227
Μαθαίνουμε Γράφοντας	227
Για Διάλογο και Διερεύνηση	228
Προτεινόμενη Βιβλιογραφία- Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβασμα	228
Διαδικτυακές Πηγές	229

κεφάλαιο 11

Βοηθώντας Τα Παιδιά να Κατακτήσουν τα Βασικά Γεγονότα (Basic Facts) 230




 ΚΕΝΤΡΙΚΕΣ ΙΔΕΕΣ	230
 ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΜΕ ΤΟ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ	230
Προσεγγίσεις για την Κατάκτηση των Βασικών Γεγονότων	231
Υπέρ και Κατά της κάθε Προσέγγισης	231
Ανάπτυξη Στρατηγικής Καθοδήγησης	232
Εξάσκηση με Αποδοτικές Μεθόδους	233
Στρατηγικές για τα Γεγονότα Πρόσθεσης	234
Γεγονότα του «Ένα Περισσότερο Από» ή «Δύο Περισσότερα Από»	234
Διπλάσια	235
Σχεδόν Διπλάσια	236
Γεγονότα που Κάνουν 10	237
Μία Γενική Εργασία	238
Άλλες Στρατηγικές και τα Έξι Τελευταία Γεγονότα	238
Στρατηγικές για τα Γεγονότα Αφαίρεσης	240
Η Αφαίρεση ως Προσθετική Σκέψη	240
Γεγονότα Αφαίρεσης με Αθροίσματα μέχρι το 10	241
Τα 36 «Δύσκολα» Γεγονότα Αφαίρεσης: Αθροίσματα Μεγαλύτερα του 10	241
Στρατηγικές για τα Γεγονότα του Πολλαπλασιασμού	244
Διπλάσια	244
Γεγονότα του Πέντε	245
Μηδενικά και Μονάδες	245
Τα «Έξιπνα Εννιάρια»	245
Βοηθητικά Γεγονότα	246
Βασικά Γεγονότα Διαίρεσης και «Προσεγγίσεις»	248
Αποτελεσματική Εξάσκηση	249
Πότε και Πόσο να Εξασκηθούμε	249
 ΕΞΕΡΕΥΝΩΝΤΑΣ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ, ΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΙ ΤΟ ΧΩΡΟ:	
Τρίτη Τάξη, Αντικείμενα σε ομάδες	250
Τι Γίνεται με τις Δοκιμασίες Καθορισμένης Διάρκειας;	251
Ενισχυτική Διδασκαλία Γεγονότων σε Παιδιά Μεγαλύτερων Τάξεων	252

Τα Γεγονότα δεν είναι Τροχοπέδη για τα Καλά Μαθηματικά 253

ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11	253
Μαθαίνουμε Γράφοντας	253
Για Διάλογο και Διερεύνηση	254
Προτεινόμενη Βιβλιογραφία- Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβασμα	254
Διαδικτυακές Πηγές	255

κεφάλαιο 12

Η Ανάπτυξη της Θεσιακής Αξίας στους Φυσικούς Αριθμούς 256

 ΚΕΝΤΡΙΚΕΣ ΙΔΕΕΣ	256
 ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΜΕ ΤΟ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ	256
Προ-Δεκαδικές Έννοιες	257
Προ-δεκαδική Θεώρηση του Αριθμού από τα Παιδιά	257
Σύνδεση Ποσοτήτων με την Απαρίθμηση Ανά Ένα	257
Κεντρικές Ιδέες της Θεσιακής Αξίας	258
Ενοποιώντας τις Ομοδοποιήσεις με την Απαρίθμηση Ανά Ένα	258
Ο Ρόλος της Απαρίθμησης στην Οικοδόμηση Ιδεών του Δεκαδικού Συστήματος Αρίθμησης	258
Ενοποιώντας τις Ομοδοποιήσεις με Λέξεις	259
Ενοποιώντας τις Ομοδοποιήσεις στη Σημειογραφία της Θεσιακής Αξίας	260
Μοντέλα για τη Θεσιακή Αξία	261
Μοντέλα Δεκαδικής Βάσης και η Σχέση «Δέκα Κάνουν Ένα»	261
Ομαδοποίηση Μοντέλα	261
Προ-ομαδοποιημένα Μοντέλα ή Μοντέλα Ανταλλαγής	262
Ανάπτυξη Εννοιών του Δεκαδικού Συστήματος Αρίθμησης	263
Δραστηριότητες Ομαδοποίησης	263
 ΕΞΕΡΕΥΝΩΝΤΑΣ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ, ΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΙ ΤΟ ΧΩΡΟ:	
Πρώτη Τάξη, <i>Παιχνίδια Αριθμών και Προβλήματα με Αφήγηση</i>	266
Η Ιδιαιτερότητα των Μονάδων, Δεκάδων και Εκατοντάδων	267
Ομαδοποιώντας τις δεκάδες για να κάνουμε εκατοντάδες	267
Ισοδύναμες Αναπαραστάσεις	267
Προφορικά και Γραπτά Ονόματα για τους Αριθμούς	269
Ονομασίες Διψήφων Αριθμών	269
Ονομασίες Τριψήφων Αριθμών	270
Γραπτά Σύμβολα	270

Μοντέλα και Σχέσεις με τους Πολυψήφιους Αριθμούς 273

- Ο Πίνακας της Εκατοντάδας 273
- Σχέσεις με Αριθμούς Ορόσημο 276
- Αριθμητικές Σχέσεις για την Πρόσθεση και την Αφαίρεση 278
- Συνδέσεις με Πραγματικές Ιδέες 282

Βοηθώντας τα Παιδιά να Εργαστούν με Χρήματα 282

- Αναγνώριση των Κερμάτων και οι Αξίες τους 283
- Χρησιμοποιώντας την Αξία των Κερμάτων 283
- Κάνοντας Μετατροπές 284

Αριθμοί Μεγαλύτεροι του 1000 284

- Διευρύνοντας το Σύστημα της Θεσιακής Αξίας 284
- Κατανόηση των Μεγάλων Αριθμών 285

■ ΣΥΝΔΕΣΗ ΜΕ ΤΗ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ 287

- Moira's Birthday* 287
- How to Count Like a Martian* 287
- The King's Commissioners* 287
- A Million Fish . . . More or Less* 288

ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12 288

- Μαθαίνουμε Γράφοντας 287
- Για Διάλογο και Διερεύνηση 289
- Προτεινόμενη Βιβλιογραφία-Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβασμα 289
- Διαδικτυακές Πηγές 290

κεφάλαιο 13**Στρατηγικές για τον Υπολογισμό του Φυσικού Αριθμού** 292**▼ ΚΕΝΤΡΙΚΕΣ ΙΔΕΕΣ** 292**▲ ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΜΕ ΤΟ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ** 292**Προς μια Υπολογιστική Ευελιξία** 293

- Άμεσα Μοντέλα 294
- Αυτοσχέδιες Στρατηγικές 294
- Διαφορές με τους Παραδοσιακούς Αλγόριθμους 295
- Οφέλη των Αυτοσχέδιων Τεχνικών 295
- Νοερός Υπολογισμός 296
- Παραδοσιακοί Αλγόριθμοι 296

Ανάπτυξη των Αυτοσχέδιων Στρατηγικών των Παιδιών 297

- Ενσωματώστε τον Υπολογισμό στη Θεσιακή Αξία την Ανάπτυξη των Βασικών Γεγονότων 297
- Χρησιμοποιήστε Συχνά Προβλήματα με Ιστορίες 298
- Χρησιμοποιήστε τη Μορφή του Τριμερούς Μαθήματος 298
- Καταγράψτε την Εξέλιξη των Παιδιών 298

Αυτοσχέδιες Στρατηγικές για την Πρόσθεση και την Αφαίρεση 299

Πρόσθεση και Αφαίρεση Μονοψήφιων Αριθμών 299

Προσθέτοντας και Αφαιρώντας Δεκάδες και Εκατοντάδες 300

Προσθέτοντας Διψήφιους Αριθμούς 300

Αφαίρεση Μέσω Απαρίθμησης προς τα Πάνω 302

Αφαίρεση Μέσω Απομάκρυνσης 303

Επεκτάσεις και Προκλήσεις 303

Παραδοσιακοί Αλγόριθμοι για Πρόσθεση και Αφαίρεση 304

Ο Αλγόριθμος της Πρόσθεσης 304

Ο Αλγόριθμος της Αφαίρεσης 305

Αυτοσχέδιες Στρατηγικές για τον Πολλαπλασιασμό 306

Χρήσιμες Αναπαραστάσεις 307

Πολλαπλασιασμός με Μονοψήφιο Πολλαπλασιαστή 308

Χρησιμοποιώντας Πολλαπλάσια του 10 και του 100 309

Διψήφιοι Πολλαπλασιαστές 309

Ο Παραδοσιακός Αλγόριθμος για τον Πολλαπλασιασμό 311

Μονοψήφιοι Πολλαπλασιαστές 312

Διψήφιοι Πολλαπλασιαστές 314

■ ΕΞΕΡΕΥΝΩΝΤΑΣ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ, ΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΙ ΤΟ ΧΩΡΟ: Τέταρτη Τάξη, Πακέτα και Ομάδες Έρευνα 2: Πολλαπλασιασμός με διπλά ψηφία 312

Αυτοσχέδιες Στρατηγικές για τη διαίρεση 315

Στρατηγικές με παράγοντες που λείπουν 316

Προβλήματα Συμπλέγματος 317

Ο Παραδοσιακός Αλγόριθμος για τη Διαίρεση 317

Μονοψήφιοι Διαιρέτες 318

Διψήφιοι Διαιρέτες 320

■ ΣΥΝΔΕΣΗ ΜΕ ΤΗ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ 321

- Cookies* 321
- Is a Blue Whale the Biggest Thing There Is?* 322

ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 13 322

- Μαθαίνουμε Γράφοντας 322
- Για Διάλογο και Διερεύνηση 323
- Προτεινόμενη Βιβλιογραφία
- Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβασμα 323
- Διαδικτυακές Πηγές 324

κεφάλαιο 14**Υπολογιστική Εκτίμηση στους Φυσικούς Αριθμούς** 325**▼ ΚΕΝΤΡΙΚΕΣ ΙΔΕΕΣ** 325**▲ ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΜΕ ΤΟ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ** 325

Εισάγοντας την Υπολογιστική Εκτίμηση	326
Κατανώντας την Έννοια της Εκτίμησης	326
Επιλέγοντας Τύπο Εκτίμησης	326
Προτάσεις για τη Διδασκαλία της Εκτίμησης	327
Εκτίμηση Χωρίς Εκτιμητές	328
Εκτιμήσεις από τις Αυτοσχέδιες Στρατηγικές	329
Σταματήστε Πριν τις Λεπτομέρειες	329
Συμπλέγματα Προβλημάτων	330
Στρατηγικές Υπολογιστικής Εκτίμησης	330
Οι Μέθοδοι του Εμπρόσθιου Άκρου	331
Μέθοδοι Στρογγυλοποίησης	332
Χρησιμοποιώντας Συμβατούς Αριθμούς	334
■ ΕΞΕΡΕΥΝΩΝΤΑΣ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ, ΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΙ ΤΟ ΧΩΡΟ: Πέμπτη Τάξη, Οικοδομώντας στους Αριθμούς που Ξέρετε	331
Ασκήσεις Εκτίμησης	334
Δραστηριότητες με Αριθμομηχανή	336
Περισσότερες Δραστηριότητες Εκτίμησης	337
Κάνοντας Εκτιμήσεις με Κλάσματα, Δεκαδικούς και Ποσοστά	338
■ ΣΥΝΔΕΣΗ ΜΕ ΤΗ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ	339
<i>The Twelve Circus Rings</i>	339
<i>The 329th Friend</i>	339
ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 14	339
Μαθαίνουμε Γράφοντας	339
Για Διάλογο και Διερεύνηση	340
Προτεινόμενη Βιβλιογραφία	
Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβασμα	340
Διαδικτυακές Πηγές	340
κεφάλαιο 15	
Αλγεβρική Συλλογιστική: Γενικεύσεις, Πρότυπα και Λειτουργίες 341	
▼ ΚΕΝΤΡΙΚΕΣ ΙΔΕΕΣ	341
▲ ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΜΕ ΤΟ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ	341
Αλγεβρικός Συλλογισμός	342
Γενίκευση στον Αριθμό και στις Πράξεις	342
Μεταβλητές στις Εξισώσεις	345
Ξεκαθαρίζοντας τη Δομή στο Αριθμητικό Σύστημα	348
Κάνοντας Εικασίες	349
«Απόδειξη» των εικασιών	349
Σχέσεις Άρτιων και Περιττών Αριθμών	350
Επαναλαμβανόμενα Πρότυπα	351
Πίνακες και Άλλα Πρότυπα Αριθμών	353
Πρότυπα σε Πίνακα Εκατοντάδων	353
Πρότυπα Αριθμών	354

Αναπτυσσόμενα Πρότυπα - Μια Πρώτη Ματιά στις Συναρτήσεις	354
Αναζητώντας Σχέσεις	355
Γενικές Εκφράσεις Συναρτήσεων από τα Πρότυπα	358
Δημιουργώντας Γράφημα για τα Πρότυπα	358
■ ΕΞΕΡΕΥΝΩΝΤΑΣ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ, ΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΙ ΤΟ ΧΩΡΟ: Πέμπτη Τάξη, Πρότυπα αλλαγής σε Μεταβαλλόμενα Σχήματα	360
Έννοιες Συναρτήσεων και Αντιπροσωπεύσεις	361
Πέντε Αναπαραστάσεις των Συναρτήσεων	361
Συνδέστε Διαφορετικές Αναπαραστάσεις	365
Χρησιμοποιήστε την Τεχνολογία	365
Διερευνήσεις με Συναρτησιακές Σχέσεις	366
Σχέσεις που Βρίσκονται στον Πραγματικό Κόσμο	366
■ ΣΥΝΔΕΔΕΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: Έβδομη Τάξη, Μεταβλητές και Πρότυπα	368
Αναλογικές Καταστάσεις	369
Συναρτήσεις και Μετρήσεις	369
Προβλήματα Μεγαλύτερου/Μικρότερου	370
Συναρτήσεις Από Δεδομένα Διαγράμματος Διασποράς	371
Διασκεδαστικά Πειράματα	372
Γενικεύσεις για τις Συναρτήσεις	373
Ανάλυση του Ρυθμού Αλλαγής	373
Γραμμικές Συναρτήσεις	374
Μαθηματικά Μοντέλα	376
■ ΣΥΝΔΕΣΗ ΜΕ ΤΗ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ	377
<i>Pattern</i>	377
<i>Anno's Mysterious Multiplying Jar</i>	377
<i>Anno's Magic Seeds</i>	377
ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 15	378
Μαθαίνουμε Γράφοντας	378
Για Διάλογο και Διερεύνηση	378
Προτεινόμενη Βιβλιογραφία	
Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβασμα	379
Διαδικτυακές Πηγές	380
κεφάλαιο 16	
Ανάπτυξη των Κλασματικών Εννοιών 381	
▼ ΚΕΝΤΡΙΚΕΣ ΙΔΕΕΣ	381
▲ ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΜΕ ΤΟ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ	381
Το Μοίρασμα και η Έννοια των Κλασματικών Μερών	382
Δραστηριότητες Μοιρασιάς	382
Δραστηριότητες Μοιρασιάς και η Γλώσσα των Κλασμάτων	383

- Μοντέλα για τα Κλάσματα** 383
 Μοντέλα Περιοχής ή Εμβαδού 384
 Μοντέλα Μήκους ή Μέτρησης 385
 Μοντέλα Συνόλων 385
- Από τα Κλασματικά Μέρη στα Κλασματικά Σύμβολα** 385
 Κλασματικά Μέρη και Όροι 386
 Η Κατανόηση των Συμβόλων των Κλασμάτων 387
- Αριθμητική Έννοια του Κλάσματος** 392
 Το Μηδέν, το Μισό και το Ένα ως Σημεία Αναφοράς 392
 Σκεπτόμενοι για το Ποιο είναι Μεγαλύτερο 393
 Εκτίμηση 396
- **ΕΞΕΡΕΥΝΩΝΤΑΣ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ, ΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΙ ΤΟ ΧΩΡΟ:** Τετάρτη Τάξη, Διαφορετικά Σχήματα, Ίσα Κομμάτια 397
- Έννοιες Ισοδύναμων Κλασμάτων** 398
 Έννοιες Εναντίον Κανόνων 398
 Έννοιες των Ισοδύναμων Κλασμάτων 399
 Αναπτύσσοντας Έναν Αλγόριθμο για τα Ισοδύναμα Κλάσματα 401
- **ΣΥΝΔΕΣΗ ΜΕ ΤΗ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ** 403
The Doorbell Rang 403
Gator Pie 403
The Man Who Counted: A Collection of Mathematical Adventures 404
- ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 16** 404
 Μαθαίνουμε Γράφοντας 404
 Για Διάλογο και Διερεύνηση 404
 Προτεινόμενη Βιβλιογραφία-Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβασμα 405
 Διαδικτυακές Πηγές 405
- κεφάλαιο 17**
Υπολογισμοί με Κλάσματα 407
- ▼ **ΚΕΝΤΡΙΚΕΣ ΙΔΕΕΣ** 407
- ▲ **ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΜΕ ΤΟ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ** 407
- Η αντίληψη του Αριθμού και οι Αλγόριθμοι των Κλασμάτων** 408
 Η Επικίνδυνη Πίεση για Κανόνες 408
 Μια Προσέγγιση Μέσω της Επίλυσης Προβλημάτων και της Αντίληψης του Αριθμού 408
- Πρόσθεση και Αφαίρεση** 409
 Μη Τυπική Διερεύνηση 409
 Ο Μύθος των Κοινών Παρονομαστών 411
 Η Ανάπτυξη του Αλγόριθμου 411
 Εκτίμηση και Απλές Μέθοδοι 413
- **ΣΥΝΔΕΔΕΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ:** Έκτη Τάξη, *Μικρά Κομμάτια II* 414

- Πολλαπλασιασμός** 415
 Μη Τυπική Διερεύνηση 415
 Αναπτύσσοντας τον Αλγόριθμο 417
 Νοερές Τεχνικές και Εκτιμήσεις 418
- Διαίρεση** 419
 Μη Τυπική Διερεύνηση: Η Έννοια του Μερισμού 419
 Διαιρέτες Φυσικοί Αριθμοί 419
 Μη Τυπική Διερεύνηση: Η Έννοια της Μέτρησης 421
 Αναπτύξη των Αλγόριθμων 422
- ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 17** 424
 Μαθαίνουμε Γράφοντας 424
 Για Διάλογο και Διερεύνηση 425
 Προτεινόμενη Βιβλιογραφία-Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβασμα 425
 Διαδικτυακές Πηγές 426

κεφάλαιο 18

Δεκαδικές και Ποσοστιαίες Έννοιες και Υπολογισμοί με Δεκαδικούς 427

- ▼ **ΚΕΝΤΡΙΚΕΣ ΙΔΕΕΣ** 427
- ▲ **ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΜΕ ΤΟ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ** 427
- Σύνδεση Δύο Διαφορετικών Συστημάτων Αναπαράστασης** 427
 Κλάσματα με Δεκαδική Βάση 428
 Επεκτείνοντας τα Όρια του Συστήματος Θεσιακής Αξίας 429
 Συνδέοντας Κλάσματα και Δεκαδικούς 432
- Αναπτύσσοντας Αριθμητική Αντίληψη για τους Δεκαδικούς** 433
 Γνώριμα Κλάσματα Συνδεδεμένα με Δεκαδικούς 433
 Προσέγγιση με ένα «Καλό» Κλάσμα 435
 Τακτοποιώντας Δεκαδικούς Αριθμούς 437
 Άλλα Ισοδύναμα Κλασμάτων - Δεκαδικών 438
- Εισάγοντας τα Ποσοστά** 438
 Ένα Τρίτο Σύστημα Τελεστών 439
 Ρεαλιστικά Προβλήματα με Ποσοστά 440
- Υπολογισμοί με Δεκαδικούς** 442
 Ο Ρόλος των Εκτιμήσεων 443
 Πρόσθεση και Αφαίρεση 443
 Πολλαπλασιασμός 444
 Διαίρεση 444
- **ΣΥΝΔΕΔΕΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ:** Έκτη Τάξη, *Κομμάτια και Κομμάτια II (Bits and Pieces II)* 445
- **ΣΥΝΔΕΣΗ ΜΕ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ** 447
The Phantom Tollbooth 447

ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 18 448

- Μαθαίνουμε Γράφοντας 448
- Για Διάλογο και Διερεύνηση 448
- Προτεινόμενη Βιβλιογραφία-
Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβασμα 449
- Διαδικτυακές Πηγές 449

κεφάλαιο 19**Αναλογική Συλλογιστική** 450▼ **ΚΕΝΤΡΙΚΕΣ ΙΔΕΕΣ** 450▲ **ΣΥΝΔΕΞΕΙΣ ΜΕ ΤΟ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ** 450**Λόγοι, Αναλογίες και Αναλογική Συλλογιστική** 451

- Παραδείγματα Λόγων σε Διαφορετικά
Περιβάλλοντα 451
- Αναλογίες 452
- Αναλογική Συλλογιστική 452
- Οι Προσθετικές Κατά των Πολλαπλασιαστικών
Καταστάσεων 453

**Ανεπίσημες Δραστηριότητες για την Ανάπτυξη
της Αναλογικής Συλλογιστικής** 454

- Αναγνωρίζοντας τις Πολλαπλασιαστικές
Σχέσεις 455
- Επιλογή Ισοδύναμων Λόγων 456
- Συγκρίνοντας τους Λόγους 457
- Κλίμακα με Πίνακες Αναλογιών 459
- Δραστηριότητες Κατασκευής και Μέτρησης 461

■ **ΣΥΝΔΕΔΕΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ:** Έβδομη
Τάξη, *Σύγκριση και Κλίμακα* 464**Επίλυση Αναλογιών** 465

- Εσωτερικοί και Ενδιάμεσοι Λόγοι 465
- Μια μη Τυπική Προσέγγιση 466
- Ο Αλγόριθμος των Εξωτερικών Γινομένων 467
- Δραστηριότητες που Απαιτούν Αναλογίες 469

Τα Προβλήματα Ποσοστών ως Αναλογίες 470

- Τα Ισοδύναμα Κλάσματα ως Αναλογίες 470

■ **ΣΥΝΔΕΣΗ ΜΕ ΤΗ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ** 471

- If You Hopped Like a Frog* 471
- Counting on Frank* 472
- The Borrowers* 472

ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 19 472

- Μαθαίνουμε Γράφοντας 472
- Για Διάλογο και Διερεύνηση 473
- Προτεινόμενη Βιβλιογραφία-
Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβασμα 473
- Διαδικτυακές Πηγές 473

κεφάλαιο 20**Ανάπτυξη των Εννοιών
της Μέτρησης** 475▼ **ΚΕΝΤΡΙΚΕΣ ΙΔΕΕΣ** 475▲ **ΣΥΝΔΕΞΕΙΣ ΜΕ ΤΟ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ** 475**Η σημασία και η διαδικασία της μέτρησης** 475**Ανάπτυξη των Εννοιών και των Δεξιοτήτων της
Μέτρησης** 477

- Ένα Γενικό Πλάνο Διδασκαλίας 477
- Άτυπες Μονάδες και Καθιερωμένες Μονάδες:
Λόγοι για τη χρήση τους 479
- Ο ρόλος της εκτίμησης στην εκμάθηση
της μέτρησης 479
- Ο Προσεγγιστικός χαρακτήρας
της μέτρησης 480

Μέτρηση Μήκους 480

- Συγκριτικές Δραστηριότητες 480
- Χρήση Μονάδων Μήκους 481
- Δύο Μονάδες και Κλασματικά Μέρη Μονάδων
483
- Κατασκευή και Χρήση Χάρακα 483

■ **ΕΞΕΡΕΥΝΩΝΤΑΣ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ, ΤΑ ΔΕΔΟ-
ΜΕΝΑ ΚΑΙ ΤΟ ΧΩΡΟ:** Τρίτη Τάξη, *από Βήματα*
σε Πόδια 485**Μέτρηση Εμβαδού** 486

- Συγκριτικές Δραστηριότητες 486
- Χρησιμοποιώντας Μονάδες Εμβαδού 487
- Χρήση πλεγμάτων 489
- Εμβαδόν και περίμετρος 489

Μέτρηση Όγκου και Χωρητικότητας 490

- Συγκριτικές Δραστηριότητες 490
- Χρήση Μονάδων Όγκου και Χωρητικότητας 492
- Κύπελλα-Μεζούρες: Κατασκευή και Χρήση 493

Μέτρηση Βάρους και Μάζας 493

- Κάνοντας Συγκρίσεις 493
- Χρήση Μονάδων Βάρους ή Μάζας 494
- Κατασκευή και Χρήση μιας Ζυγαριάς 494

Μέτρηση του Χρόνου 494

- Σύγκριση Διάρκειας 494
- Η Ανάγνωση του Ρολογιού 495
- Συναφείς Έννοιες 496
- Χρόνος που έχει Περάσει 496

Μέτρηση Γωνίας 497

- Σύγκριση Γωνιών 497
- Χρησιμοποιώντας Μονάδες Μέτρησης
Γωνιών 497
- Κατασκευή Μοιρογνωμονίου 498

Εισαγωγή των Καθιερωμένων Μονάδων 499

- Διδακτικοί Στόχοι 500
- Σημαντικές Επίσημες Μονάδες και Σχέσεις 501

Εκτίμηση Μετρήσεων 502

- Τεχνικές Εκτίμησης Μετρήσεων 502
- Συμβουλές για τη Διδασκαλία Εκτιμήσεων 503
- Δραστηριότητες Εκτίμησης
Μετρήσεων 504

Ανάπτυξη Προτύπων για το Εμβαδόν

- και το Όγκο** 504
- Κοινές Δυσκολίες 505
- Το Εμβαδόν των Ορθογώνιων
- Παραλληλογράμμων, των Παραλληλογράμμων,
- των Τριγώνων και των Τραπεζίων 505
- Τύποι για Κύκλους 508
- Ο Όγκος Συνηθισμένων Στερεών 509
- Επανεξετάζοντας τους Τύπους 511

■ ΣΥΝΔΕΣΗ ΜΕ ΤΗ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ 511

- How Big Is a Foot?* 511
- Jim and the Beanstalk* 512
- Counting on Frank* 512
- Inchworm and a Half* 512
- 8,000 Stones* 512

ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 20 513

- Μαθαίνουμε Γράφοντας 513
- Για Διάλογο και Διερεύνηση 513
- Προτεινόμενη Βιβλιογραφία-
- Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβασμα 513
- Διαδικτυακές Πηγές 514

κεφάλαιο 21**Γεωμετρική Σκέψη και Γεωμετρικές Έννοιες** 515**▼ ΚΕΝΤΡΙΚΕΣ ΙΔΕΕΣ** 515**▲ ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΜΕ ΤΟ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ** 515**Γεωμετρικοί Στόχοι για τα Παιδιά** 516

- Αίσθηση του Χώρου και Γεωμετρική
- Συλλογιστική 516
- Το Γεωμετρικό Περιεχόμενο 516

Η Ανάπτυξη της Γεωμετρικής Συλλογιστικής 517

- Τα Επίπεδα Γεωμετρικής Σκέψης
- του van Hiele 517
- Χαρακτηριστικά των Επιπέδων van Hiele 521
- Η Θεωρία Γεωμετρικής Σκέψης
- του van Hiele 522
- Επιλογή Δραστηριότητας και Επίπεδα της
- Σκέψης 523

Μαθαίνοντας για τα Σχήματα

- και τις Ιδιότητες** 524
- Σχήματα και Ιδιότητες για το Επίπεδο 0 524

■ ΕΞΕΡΕΥΝΩΝΤΑΣ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ,

ΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΙ ΤΟ ΧΩΡΟ: Πρώτη Τάξη,
Quilt Squares and Block Towns 527

- Σχήματα και Ιδιότητες για τα Παιδιά
- στο Επίπεδο 1 531

- Σχήματα και Ιδιότητες για τα Παιδιά
- στο Επίπεδο 2 539

- Μαθαίνοντας για τους Μετασχηματισμούς** 543
- Μετασχηματισμοί για τα Παιδιά στο Επίπεδο 0 543

- Μετασχηματισμοί για τα Παιδιά
- στο Επίπεδο 1 546
- Μετασχηματισμοί για τα Παιδιά
- στο Επίπεδο 2 549

Μαθαίνοντας για την Τοποθεσία 550

- Η Τοποθεσία για τα Παιδιά του Επιπέδου 0 550
- Η Τοποθεσία για τα Παιδιά του Επιπέδου 1 552

■ ΣΥΝΔΕΔΕΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ογδοη Τάξη,
«*Kaleidoscopes, Hubcaps, and Mirrors*». 553

- Η Τοποθεσία για τα Παιδιά του Επιπέδου 2 556

Μαθαίνοντας για τον Οραματισμό 557

- Ο Οραματισμός για τα Παιδιά
- του Επιπέδου 0 558
- Ο Οραματισμός για τα Παιδιά
- του Επιπέδου 1 560
- Ο Οραματισμός για τα Παιδιά
- του Επιπέδου 2 562

Αξιολόγηση των Γεωμετρικών Στόχων 564

- Αποσαφινίζοντας τους Αντικειμενικούς
- Στόχους στη Γεωμετρία 564

ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 21 565

- Μαθαίνουμε Γράφοντας 565
- Για Διάλογο και Διερεύνηση 565
- Προτεινόμενη Βιβλιογραφία-
- Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβασμα 566
- Διαδικτυακές Πηγές 567

κεφάλαιο 22**Έννοιες Ανάλυσης Δεδομένων** 568**▼ ΚΕΝΤΡΙΚΕΣ ΙΔΕΕΣ** 568**▲ ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΜΕ ΤΟ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ** 568**Συγκέντρωση Δεδομένων για την Απάντηση**

- Ερωτημάτων** 569
- Ιδέες για Ερωτήσεις και Δεδομένα 569
- Άλλες Πηγές Πληροφοριών 570

■ ΕΞΕΡΕΥΝΩΝΤΑΣ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ, ΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΙ ΤΟ ΧΩΡΟ: Πέμπτη Τάξη,
Δεδομένα: *Παιδιά, Γάτες και Διαφημίσεις* 571**Ταξινόμηση και Ανάλυση Δεδομένων** 572

- Υλικά Χαρακτηριστικών 572
- Δραστηριότητες
- με Υλικά Χαρακτηριστικών 572

Το Σχήμα των Δεδομένων 575

- Γραφικές Αναπαραστάσεις** 575
- Γραφήματα Ομαδοποίησης 577
- Ραβδογράμματα 577
- Φυλλοδιαγράμματα 579
- Διαγράμματα Συνεχών Δεδομένων 580
- Κυκλικά Διαγράμματα Εύκολα
- στη Σχεδιάσή τους 581

- Περιγραφική Στατιστική** 583
 Μέσοι Όροι 583
 Κατανοώντας τον Μέσο: Δύο Έννοιες 584
- Κατανομή Δεδομένων: Θηκογράμματα** 587
- Διαγράμματα Διασποράς και Σχέσεις** 589
 Διαγράμματα Διασποράς 589
 Γραμμές Καλύτερης Προσαρμογής 589
 Σκεφτόμενοι τις Συναρτησιακές Σχέσεις 591
- Τεχνολογία ή Φυσικές Μέθοδοι** 591
- **ΣΥΝΔΕΣΗ ΜΕ ΤΗ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ** 592
The Phantom Tollbooth 592
The Best Vacation Ever 592
Frog and Toad Are Friends 593
Incredible Comparisons 593
- ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 22** 593
 Μαθαίνουμε Γράφοντας 593
 Για Διάλογο και Διερεύνηση 594
 Προτεινόμενη Βιβλιογραφία-
 Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβαση 594
 Διαδικτυακές Πηγές 595

κεφάλαιο 23

Διερευνώντας τις Έννοιες των Πιθανοτήτων 596

- ▽ **ΚΕΝΤΡΙΚΕΣ ΙΔΕΕΣ** 596
- ▲ **ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΜΕ ΤΟ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ** 597
- Η Πιθανότητα σε ένα Συνεχές** 597
 Το Συνεχές της Πιθανότητας 599
- Θεωρητική έναντι Πειραματικής Πιθανότητας** 561
 Θεωρητική Πιθανότητα 602
 Πειραματική Πιθανότητα 603
 Ο Νόμος των μεγάλων Αριθμών 603
 Επιδράσεις στη Διδασκαλία 605
- Δειγματικοί Χώροι και Υπολογισμός Θεωρητικών Πιθανοτήτων** 606
 Ανεξάρτητα Γεγονότα 607
 Θεωρητικές Πιθανότητες με το Μοντέλο του Εμβαδού 608
 Εξαρτημένα Γεγονότα 609
- Προσομοιώσεις** 610
- **ΣΥΝΔΕΣΗ ΜΕ ΤΗ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ** 613
Do You Wanna Bet? Your Chance to Find Out About Probability 613
My Little Sister Ate One Hare 614
Lotteries: Who Wins, Who Loses 614
- ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 23** 614
 Μαθαίνουμε Γράφοντας 614
 Για Διάλογο και Διερεύνηση 615

- Προτεινόμενη Βιβλιογραφία-
 Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβαση 615
 Διαδικτυακές Πηγές 616

κεφάλαιο 24

Η Ανάπτυξη της Έννοιας του Εκθέτη, του Ακεραίου και του Πραγματικού Αριθμού 617

- ▽ **ΚΕΝΤΡΙΚΕΣ ΙΔΕΕΣ** 617
- ▲ **ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΜΕ ΤΟ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ** 617
- Μεγάλοι Αριθμοί, Μικροί Αριθμοί και Εκθέτες** 617
 Εκθέτες 618
 Αριθμομηχανές Τσέπης και Εκθετικές 618
 Πολύ Μεγάλοι Αριθμοί 619
 Αναπαράσταση Μεγάλων Αριθμών: Επιστημονική Σημειογραφία 620
 Αρνητικοί Εκθέτες 621
 Πολύ μικροί αριθμοί 621
- **ΣΥΝΔΕΔΕΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: Όγδοη Τάξη, Αυξάνοντας, αυξάνοντας, αυξάνοντας: Εκθετικές Σχέσεις** 622
- Έννοιες των Ακεραίων** 623
 Διαισθητικά Μοντέλα Ποσοτήτων με Πρόσημα 623
 Μαθηματικός Ορισμός Αρνητικών Αριθμών 624
- Πράξεις με Ακεραίους** 624
 Δύο Μοντέλα για Ακέραιες Πράξεις 624
 Ποιο Μοντέλο να Χρησιμοποιήσουμε 625
- Η Προσέγγιση των Ακέραιων μέσω της Επίλυσης Προβλημάτων** 625
 Πρόσθεση και Αφαίρεση 626
 Πολλαπλασιασμός και Διάρθρωση 627
 Απόλυτη Τιμή 629
- Ρητοί Αριθμοί** 630
 Κλάσματα ως Δηλούμενη Διάρθρωση 631
 Τα Κλάσματα ως Ρητοί Αριθμοί 631
- Πραγματικοί Αριθμοί** 632
 Εισάγοντας την Έννοια της Ρίζας 632
 Συζητώντας για τους Πραγματικούς Αριθμούς 633
- **ΣΥΝΔΕΣΗ ΜΕ ΤΗ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ** 634
The Number Devil 634
The Phantom Tollbooth 634
In the Next Three Seconds 635
Math Curse 635
- ΣΚΕΨΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 24** 635
 Μαθαίνουμε Γράφοντας 635
 Για Διάλογο και Διερεύνηση 635
 Προτεινόμενη Βιβλιογραφία-
 Συστάσεις για Περαιτέρω Διάβαση 636
 Διαδικτυακές Πηγές 636

παράρτημα Α

Αρχές και Στάνταρ για τα Σχολικά
Μαθηματικά: Προσδοκίες Σχετικές
με το Συγκείμενο των Στάνταρ και
του Σχολικού Επιπέδου 637

παράρτημα Β

Ακαδημαϊκά Στάνταρ για τη
Διδασκαλία των Μαθηματικών:
Στάνταρ Διδασκαλίας 649

παράρτημα Γ

Οδηγός για τα
Blackline Masters 653

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 663

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ 673